

Konspekt lekcji matematyki

Temat: Liczby pierwsze i złożone. Rozkład liczby na czynniki pierwsze.

Temat lekcji: **Liczba pierwsza, czy liczba złożona? - oto jest pytanie.**

Uprzednio zrealizowane treści nauczania:

Cechy podzielności liczb przez 2,3,4,5,9,10,25, 100.

Dzielniki liczb naturalnych.

Cele:

UCZEŃ:

- zna definicję liczby pierwszej i liczby złożonej;
- rozróżnia liczby pierwsze od liczb złożonych;
- potrafi rozłożyć liczbę na czynniki pierwsze;
- potrafi zapisać liczbę złożoną jako iloczyn liczb pierwszych;
- potrafi uzasadnić dlaczego liczba 0 i liczba 1 nie jest liczbą pierwszą.

Metody pracy:

- wyjaśnianie - omawianie, tłumaczenie określonych zagadnień związanych z liczbami pierwszymi i liczbami złożonymi,
- metoda heurystyczna - rozmowa/pogadanka,
- metoda problemowa,
- ćwiczenia praktyczne,
- indywidualne i grupowe rozwiązywanie zadań/problemów.

Formy pracy:

- praca indywidualna, praca zbiorowa

Środki dydaktyczne:

- karty pracy

Czas trwania zajęć:

- 45 minut

Klasa:

- klasa V

Liczba uczestników:

- optymalnie 24

Przebieg zajęć:

Część wprowadzająca:

1. Doskonalenie umiejętności ustalania podzielności liczb w oparciu o poznane cechy podzielności.

Nauczyciel rozdaje uczniom karty pracy (załącznik 1) i poleca samodzielne rozwiązanie zapisanego tam zadania.

Spośród podanych liczb wybierz te, które są podzielne:

a) przez 2 b) przez 3 c) przez 5 d) przez 9

e) przez 10 f) przez 25 g) przez 100

12; 315; 125; 2300; 342; 50; 902; 15; 51; 20; 300; 88; 27; 36

Następnie wskazani uczniowie odczytują rozwiązania z karty pracy - jeden uczeń - jeden wiersz. Po odczytaniu rozwiązania nauczyciel prosi, aby uczeń sformułował cechę podzielności liczby przez daną liczbę. W razie potrzeby rozwiązania są dodatkowo objaśniane i korygowane.

Część zasadnicza:

1. Liczby pierwsze i złożone - wprowadzanie pojęć.

Nauczyciel rozdaje uczniom karty pracy (załącznik 2). Po rozdaniu kart pracy nauczyciel prosi uczniów o samodzielne uzupełnienie karty pracy. Po skończonym czasie nauczyciel wybiera jednego ucznia do odczytania rozwiązania z karty pracy - jeden uczeń do jednej tabeli.

Wypisz wszystkie dzielniki podanych liczb i policz, ile ich jest.

LICZBA	DZIELNIKI LICZBY	ILOŚĆ DZIELNIKÓW
2		
3		
5		
7		
11		
13		
17		

LICZBA	DZIELNIKI LICZBY	ILOŚĆ DZIELNIKÓW
4		
6		
8		
9		
10		
12		
14		

Następnie nauczyciel zadaje klasie pytania. Do odpowiedzi na zadane pytanie wybiera jednego ucznia. W przypadku odpowiedzi błędnej lub innej niż spodziewana, nauczyciel zadaje klasie pytanie: „Czy wszyscy zgadzamy się z?”. W celu korekty odpowiedzi wybiera ucznia, który zgłasza się do odpowiedzi.

Czym różnią się liczby z tabeli nr 1 od liczb z tabeli nr 2?

Przyjrzyjmy się dokładniej dzielnikom liczb znajdujących się w tabeli 1.

Powiedzieliście, że każda z tych liczb ma dwa dzielniki. Jak te dzielniki są?

Czy jakiś dzielnik powtarza się?

A co można powiedzieć o drugim dzielniku każdej z liczb?

A popatrzmy na liczby w tabeli 2 czy liczby te mają podobne dzielniki, jak liczby z tabeli 1?

Które dzielniki się powtarzają?

W tabelach nie mamy liczby 1, ale co możemy powiedzieć o dzielnikach liczby 1?

A co powiemy o liczbie 0?

Spodziewana odpowiedź uczniów:

Zero możemy podzielić przez każdą liczbę i otrzymamy zero, ale nie możemy przez zero podzielić, więc liczba zero nie dzieli się przez samą siebie.

Po ustaleniu odpowiedzi na zadane pytania nauczyciel wprowadza pojęcia liczby pierwszej i liczby złożonej. Prosi uczniów o zapisanie tematu lekcji w zeszytach, a następnie wyjaśnia pojęcia liczby pierwszej i liczby złożonej. Uczniowie zapisują w zeszytach:

Liczbę naturalną, która ma dokładnie dwa dzielniki, nazywamy **liczbą pierwszą**. Np. 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23...

Liczbę naturalną, różną od zera, która ma więcej niż dwa dzielniki, nazywamy **liczbą złożoną**. Np. 4, 6, 8, 9, 10, 12...

Liczby 0 i 1 nie są ani pierwsze, ani złożone.

Po zapisaniu definicji nauczyciel podsumowuje wprowadzenie poprzez powtórzenie następujących informacji:

N: Liczby 0 i 1 nie są ani liczbami pierwszymi, ani liczbami złożonymi. Musimy zapamiętać, iż liczby pierwsze mają dwa dzielniki, czyli 1 i samą siebie, a liczby złożone mają więcej niż dwa dzielniki.

2. Rozróżnianie liczb pierwszych i liczb złożonych - ćwiczenia.

Nauczyciel prosi o otwarcie podręcznika na stronie 55, a następnie wskazani uczniowie rozwiązują kolejne zadania podając uzasadnienia, bądź zapisując rozwiązania na tablicy.

1. Uzasadnij, że liczby: 1712, 3795, 1616, 1719, 9321 są złożone (dla każdej z nich znajdź dzielnik różny od 1 i różny od tej liczby, możesz skorzystać z cech podzielności liczb).

Wskazany uczeń odczytuje liczbę, podaje dzielnik oraz wskazuje cechę podzielności na podstawie której dzielnik wskazał. Jeśli uczeń dostrzega więcej niż jeden dzielnik to może go również podać. Jeśli inny uczeń chciałby uzupełnić odpowiedź kolegi wskazując na inny dzielnik, może to zrobić zgłaszając się i podając swoją odpowiedź.

2	3	5	7	11	13	17	19
23	29	31	37	41	43	47	53
59	61	67	71	73	79	83	89
97	101	103	107	109	113	127	131
137	139	149	151	157	163	167	173
179	181	191	193	197	199	211	223
227	229	233	239	241	251	257	263
269	271	277	281	283	293	307	311
313	317	331	337	347	349	353	359
367	373	379	383	389	397	401	409
419	421	431	433	439	443	449	457
461	463	467	479	487	491	499	503
509	521	523	541	547	557	563	569
571	577	587	593	599	601	607	613
617	619	631	641	643	647	653	659
661	673	677	683	691	701	709	719
727	733	739	743	751	757	761	769
773	787	797	809	811	821	823	827
829	839	853	857	859	863	877	881
883	887	907	911	919	929	937	941
947	953	967	971	977	983	991	997

2. Obok zamieszczono wszystkie liczby pierwsze mniejsze od 1000.

Korzystając z tabeli, odpowiedz:

a) Jaka jest najmniejsza trzycyfrowa liczba pierwsza, a jaka największa?

b) Ile jest liczb pierwszych mniejszych od 1000?

c) Ile jest liczb złożonych mniejszych od 1000?

Odpowiedź dotyczącą punktu a) uczniowie formułują jedynie ustnie.

Zadanie z punktu b) uczniowie rozwiązują samodzielnie, a następnie wybrany uczeń przedstawia je na tablicy i objaśnia.

Zadanie z punktu c) uczniowie próbują rozwiązać samodzielnie (nauczyciel daje na to chwilę czasu), a następnie zadaje pytania, ukierunkowujące rozumowania uczniów:

Ile mamy liczb pierwszych mniejszych od 1000?

Ile jest wszystkich liczb do 1000?

Co możemy zrobić mając takie dane?

Jaki będzie wynik?

Czy to będzie wynik końcowy?

Co jeszcze trzeba będzie zrobić?

3. a) Liczba 1999 jest liczbą pierwszą. Wypisz jej dzielniki.

b) Jakie cyfry na pewno nie mogą być cyframi jedności liczby pierwszej większej od 10?

Odpowiedź dotyczącą punktu a) uczniowie formułują jedynie ustnie, nauczyciel dopytuje skąd wiadomo, że będą to tylko dzielniki 1 i 1999.

Zadanie z punktu b) rozwiązywane jest wspólnie na tablicy. Nauczyciel ukierunkowuje uczniów zadając pytania i polecenia:

Wariant 1:

W zadaniu mowa jest o cyfrach. Przypomnijcie ile mamy cyfr?

W takim razie, może przemyślimy po kolei, jak to będzie z poszczególnymi cyframi?

Rozważmy **zero**.

Podajcie przykład liczby większej od 10, która będzie miała w rzędzie jedności zero. Czy mamy pewność, że taka liczba nie może być liczbą pierwszą? Dlaczego?

A jak to będzie z **cyfrą 1** w rzędzie jedności. Jaka może być liczba większa od 10 z cyfrą jeden w rzędzie jedności? (np. 11)

A jaka może być inna liczba z cyfrą 1 w rzędzie jedności? (np. 21) Co możemy powiedzieć o tych liczbach, czy są to liczby pierwsze? Czy zatem możemy powiedzieć, że 1 na pewno nie może być cyfrą jedności liczby pierwszej większej od 10?

Rozważmy **cyfrę 2**. Czy jeśli w rzędzie jedności liczby dwucyfrowej będzie dwa to liczba ta będzie liczbą pierwszą? Dlaczego nie?

Czy w takim razie musimy rozważać inne cyfry oznaczające liczby parzyste?

To w takim razie, jakie cyfry pozostały nam do sprawdzenia?

Analogicznie, jak w przypadku cyfry 1 szukamy przykładów liczb dwucyfrowych z daną cyfrą w rzędzie jedności, które nie są liczbami pierwszymi - uzasadniamy odpowiedzi korzystając z cech podzielności liczb.

Wariant 2:

W zadaniu mowa jest o cyfrach. Przypomnijcie ile mamy cyfr?

Czy od razu możemy wyeliminować jakieś cyfry? (0, 2, 4, 6, 8)

A dlaczego właśnie te? Jak możecie to uzasadnić?

A co z pozostałymi cyframi?

Musimy się temu bliżej przyjrzeć.

Następnie rozważamy cyfry oznaczające liczby parzyste, tak jak w wariantie 1.

4. Które z poniższych zdań są prawdziwe?

- ① Każda liczba parzysta większa od 2 jest złożona.
- ② Iloczyn dwóch liczb pierwszych jest liczbą złożoną.
- ③ Liczba 1 jest najmniejszą liczbą pierwszą.

Zadanie rozwiązywane jest na forum klasy. Nauczyciel odczytuje zdania, a uczniowie podają odpowiedzi oraz ich uzasadnienia.

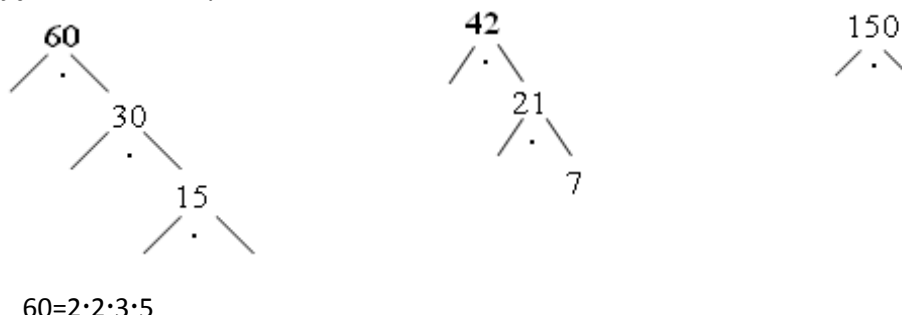
1. Każda liczba parzysta większa od 2 dzieli się nie tylko przez 1 i przez samą siebie, ale także przez dwa ma zatem więcej niż dwa dzielniki i jest złożona

2. Iloczyn dwóch liczb pierwszych będzie liczbą złożoną, ponieważ otrzymana liczba będzie miała jeszcze inne dzielniki niż 1 i samą siebie (np. mnożymy dwie liczby pierwsze $5 \cdot 7 = 35$, otrzymana liczba dzieli się nie tylko przez 1 i samą siebie, ale także przez liczby pierwsze, które zostały pomnożone, jej dzielnikami są liczby 1, 5, 7, 35, zatem jest ona liczbą złożoną).

3. Liczba 1 nie jest ani liczbą pierwszą, ani liczbą złożoną, bo ma tylko jeden dzielnik - 1.

3. Zapoznanie uczniów ze sposobem zapisywania liczby złożonej, jako iloczynu liczb pierwszych.

Nauczyciel rysuje na tablicy drzewka, które przedstawiono poniżej. Następnie wybiera jednego ucznia do jednego drzewka i prosi o uzupełnienie go oraz wyjaśnianie swoich czynności. Pozostali uczniowie zapisują zadanie w zeszytach.



Po uzupełnieniu przez ucznia pierwszego drzewka nauczyciel prosi o zaznaczenie na drzewku kolorową kredą liczb pierwszych. A następnie nauczyciel zapisuje iloczyn tych liczb ($2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$) i pyta uczniów, jaki będzie wynik zapisanego mnożenia. Po ustaleniu, że wynikiem jest liczba 60, nauczyciel zapisuje ją z lewej strony iloczynu $60=2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$ i wyjaśnia, że w ten sposób liczba złożona 60 została zapisana, jako iloczyn liczb pierwszych.

Drugie drzewko uczniowie próbują uzupełnić samodzielnie oraz samodzielnie zapisują uzyskany iloczyn.

Przechodząc do drzewka trzeciego nauczyciel mówi:

Popatrzcie, w trzecim przykładzie nie mamy wpisanych liczb. Zatem sami musicie ustalić, jakie liczby trzeba wpisać. Od jakiej liczby zaczniemy? Czy jest tylko jeden sposób, w jaki drzewko to możemy narysować?

Pokazujemy na tablicy przynajmniej dwa możliwe rozwiązania np.:

$$2 \cdot 75 \rightarrow 2 \cdot 3 \cdot 25 \rightarrow 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5;$$

$$3 \cdot 50 \rightarrow 3 \cdot 5 \cdot 10 \rightarrow 3 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5;$$

$$3 \cdot 50 \rightarrow 3 \cdot 2 \cdot 25 \rightarrow 3 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5.$$

A następnie nauczyciel pyta, czy za każdym razem uzyskaliśmy taki sam końcowy iloczyn?

4. Rozkład liczby na czynniki pierwsze - wyjaśnienie pojęcia

Nauczyciel wyjaśnia, że przy pomocy drzewek zapisaliśmy podane liczby, jako iloczyny liczb pierwszych, czyli dokonaliśmy rozkładu liczby na czynniki pierwsze, o czym więcej dowiecie się jutro.

Część końcowa:

1. Podsumowanie lekcji

Krótkie podsumowanie poznanych zagadnień, w którym nauczyciel zadaje następujące pytania:

- Przypomnijcie na koniec, jakie liczby nazywamy liczbami pierwszymi?
- Jakie liczby nazywamy liczbami złożonymi?
- Które z liczb nie są ani pierwsze ani złożone?
- Kto zapisze na tablicy liczbę 24 jako iloczyn liczb pierwszych?
- Jak nazywamy przedstawienie liczby, jako iloczynu liczb pierwszych?

2. Zadanie zadania domowego

Nauczyciel zadaje zadanie domowe z ćwiczeń – zadanie 2 i 3 strona 21, zadanie 1, 2, 4 strona 22.

2. a) Podkreśl liczby pierwsze, czyli takie, które mają dokładnie 2 dzielniki, a następnie przekreśl liczby złożone, czyli takie, które są różne od zera i mają co najmniej 3 dzielniki.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30

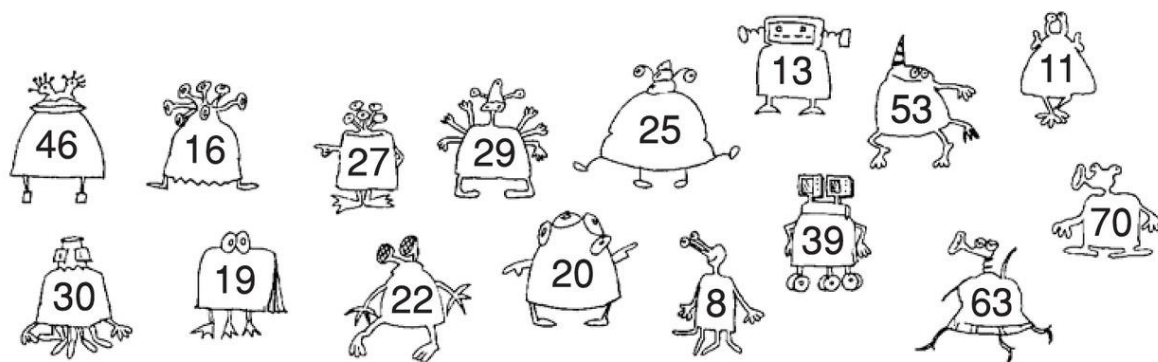
b) Uzupełnij:

Najmniejszą liczbą pierwszą jest

Najmniejszą liczbą złożoną jest

Liczby naturalne, które nie są ani pierwsze, ani złożone, to

3. Pokoloruj stworki oznaczone liczbami złożonymi.



1. Poniżej rozłożono na czynniki pierwsze pewne liczby. Jakie to liczby?

$$\square = 2 \cdot 7 \quad \square = 3 \cdot 17 \quad \square = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \quad \square = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$$

$$\square = 5 \cdot 11 \quad \square = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \quad \square = 2 \cdot 13 \cdot 7$$

2. Przedstaw podane liczby w postaci iloczynu liczb pierwszych. Możesz najpierw zapisać iloczyn dowolnych liczb, a następnie zastąpić czynniki iloczynami liczb pierwszych.

$$40 = 4 \cdot 10 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5$$

$$100 = \dots\dots\dots$$

$$56 = \dots\dots\dots$$

$$160 = \dots\dots\dots$$

$$45 = \dots\dots\dots$$

$$80 = \dots\dots\dots$$

4. Uzupełnij:

a) $84 = 2 \cdot \boxed{}$
 $84 = 2 \cdot 2 \cdot \boxed{}$
 $84 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \boxed{}$

b) $72 = 2 \cdot \boxed{}$
 $72 = 2 \cdot 2 \cdot \boxed{}$
 $72 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot \boxed{}$
 $72 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \boxed{}$

c) $294 = 2 \cdot \boxed{}$
 $294 = 2 \cdot 3 \cdot \boxed{}$
 $294 = 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot \boxed{}$

UWAGA: Podręcznik "Matematyka z plusem", wydawnictwa GWO proponuje zrealizowanie zagadnienia Liczby pierwsze i złożone na 1-2 lekcjach, a następnie na kolejnej 1-2 lekcji zagadnienia Rozkład liczby na czynniki pierwsze. W niniejszym konspekcie, w którym zadania zaczerpnięte zostały z tego podręcznika, zaproponowano nieco inny układ treści - włączenie do toku lekcji dotyczącej liczb pierwszych i złożonych, zapisu liczby złożonej, jako iloczynu liczb pierwszych (bez rozkładu liczby przy pionowej kresce). Przy takim rozwiązaniu, na lekcji kolejnej należałoby rozwiązać kolejne zadania dotyczące liczb pierwszych i złożonych oraz przedstawić sposób rozkładu na czynniki pierwsze większych liczb posługując się zapisem przy pionowej kresce.

Jeżeli uczniowie pracują powoli, realizację punktu 3 oraz 4 można przenieść na kolejną lekcję.

Źródła:

Podręcznik i ćwiczenia „Matematyka z plusem”; wydawnictwo GWO

Podręcznik Matematyka 5; wydawnictwo Nowa Era

Podręcznik Matematyka 5; wydawnictwo Operon

<https://gwo.pl/>

<https://takmatematyce.files.wordpress.com/2015/11/4cechypodzoelnoc59bcikarta.pdf>

Konspekt opracował/a:

Krzysztof Łopaciński

CECHY PODZIELNOŚCI KARTA PRACY

Spośród podanych liczb wybierz te, które są podzielne:

- a) przez 2
- b) przez 3
- c) przez 5
- d) przez 9
- e) przez 10
- f) przez 25
- g) przez 100

12	315	125	2300	342	50	902
15	51	20	300	88	27	36

PODZIELNE
PRZEZ 2

PODZIELNE
PRZEZ 3

PODZIELNE
PRZEZ 5

PODZIELNE
PRZEZ 9

PODZIELNE
PRZEZ 10

PODZIELNE
PRZEZ 25

PODZIELNE
PRZEZ 100

Wypisz wszystkie dzielniki podanych liczb i policz, ile ich jest.

LICZBA	DZIELNIKI LICZBY	ILOŚĆ DZIELNIKÓW
2		
3		
5		
7		
11		
13		
17		

LICZBA	DZIELNIKI LICZBY	ILOŚĆ DZIELNIKÓW
4		
6		
8		
9		
10		
12		
14		